Городская олимпиада по математике, 3 марта 2019 г.
6 класс

1. Две машины едут по асфальтированной дороге со скоростью 80 *км/ч*, сохраняя дистанцию 24 *м*. Когда машина сворачивает на грунтовую дорогу, её скорость резко падает до 50 *км/ч*. Каким будет расстояние между машинами на грунтовой дороге?

Ответ: 15 *м*.

Решение. $\frac{0{,}024\ (км)}{80\ (км/ч)} \cdot 50\ (км/ч) = 0{,}015\ (км)$.

2. «А это вам видеть пока рано», – сказала Баба-яга своим 33 ученикам и скомандовала: «Закройте глаза!». Правый глаз закрыли все мальчики и треть девочек. Левый глаз закрыли все девочки и треть мальчиков. Сколько учеников всё-таки увидели то, что видеть пока рано?

Ответ: 22.

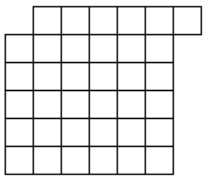
Решение. Посчитаем тех, кто ничего не увидел. Это те, кто закрыл оба глаза. Оба глаза закрыли ровно те мальчики, которые закрыли левый глаз, то есть треть мальчиков. Точно так же оба глаза закрыла треть девочек. Значит, по правилу умножения сумм ничего не увидела треть всех учеников, то есть $33:3 = 11$. А остальные $33 - 11 = 22$ все-таки подглядели то, что видеть было пока рано.

3. Артём, в силу природной лени, обычно делает работу за 6 часов. Но если он выпьет квасу, то выполняет работу за 3 часа. Артём начал выполнять работу в полдень, но в какой-то момент ему принесли квас, поэтому он закончил работу за 4 часа. В котором часу Артёму принесли квас?

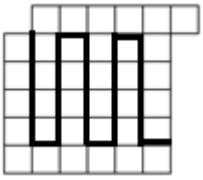
Ответ: в 14.00.

Решение. По условию, скорость работы Артёма увеличивается в 2 раза после того, как он выпьет кваса. Если бы Артёму не принесли кваса, то всю работу он выполнил бы за 6 часов. Но он выполнил её на 2 часа быстрее (за 4 часа), а поэтому последние два часа работал в два раза быстрее обычного. За два часа при обычной скорости Артём успевает выполнить треть работы, а после того, как выпьет кваса – две третьих. То есть за последние два часа работы Артём выполнил две третьих всей работы, а за первые два часа – одну треть. Он начал в полдень, а закончил в 16.00. Значит, квас принесли Артёму в 14.00.

4. Фигуру, изображённую на рисунке (квадрат 6×6, у которого верхний ряд смещён на 1 клетку), разрезали по линиям сетки на несколько одинаковых частей, из которых можно сложить квадрат 6×6 (части разрешается переворачивать). Какое наименьшее число частей могло получиться?



Ответ: на 2 части.



Решение. Достаточно разрезать фигуру всего лишь на две части, чтобы из них можно было сложить квадрат 6×6. Пример такого разрезания смотри на рисунке.

Городская олимпиада по математике, 3 марта 2019 г.
7 класс

1. Вася едет из пункта *A* в пункт *B* с постоянной скоростью. Если бы он увеличил скорость на 3 *м*/*с*, то он доехал бы до *B* в три раза быстрее. Во сколько раз быстрее он доехал бы до *B*, увеличив скорость на 6 *м*/*с*?

Ответ: в 5 раз.

Решение. Пусть $AB = s$ *м*, v *м*/*с* – начальная скорость, t *с* – начальное время. Тогда

$$\begin{cases} \dfrac{s}{v} = t, \\ \dfrac{s}{v+3} = \dfrac{t}{3} \end{cases} \Leftrightarrow s = vt \text{ и } \frac{vt}{v+3} = \frac{t}{3} \Leftrightarrow v = \frac{3}{2} \text{ и } \frac{\frac{3}{2}t}{\frac{3}{2}+6} = \frac{t}{5}.$$

2. Коля и Вася за зиму получили по 60 оценок, причём Коля получил пятёрок столько же, сколько Вася четвёрок, четвёрок столько же, сколько Вася троек, троек столько же, сколько Вася двоек, а двоек столько же, сколько Вася пятёрок. При этом средний балл у них одинаковый. Сколько двоек за зиму получил Коля?

Ответ: 15 двоек.

Решение. Так как число оценок и средние баллы у них одинаковы, то равны и суммы оценок. Пусть Коля получил x двоек и $60 - x$ хороших оценок. Каждая хорошая оценка добавляет Коле лишний балл по сравнению с Васей, а каждая двойка отнимает 3 балла. Так как суммы полученных оценок равны, то сумма «добавок» равна нулю. Значит, $(60 - x) - 3x = 0$, откуда $x = 15$.

3. В волейбольной секции занимается 12 ребят. На каждую игру тренер разбивает их на 2 команды по 6 человек. Он хочет провести несколько игр, чтобы в итоге каждый сыграл с каждым в одной команде. Какое наименьшее число игр потребуется?

Ответ: три игры.

Решение. Выберем одного игрока. Всего 11 ребят, с которыми он должен сыграть в одной команде. За одну игру он может сыграть в одной команде не более, чем с пятью другими. Значит, двух игр не хватит. Покажем, что хватит трёх игр. Разобьем ребят на 4 группы по 3 человека: *A*, *B*, *C*, *D*.

Проведём следующие игры:

A, *B* против *C*, *D*.
A, *C* против *B*, *D*.
A, *D* против *B*, *C*.

Тогда условие задачи окажется выполненным.

4. В четырёхугольнике $ABCD$ $AB = BC$, $CD = DA$. Точки K и L расположены на отрезках AB и BC таким образом, что $BK = 2AK$, $BL = 2CL$. Точки M и N – середины отрезков CD и DA соответственно. Доказать, что $KM = LN$.

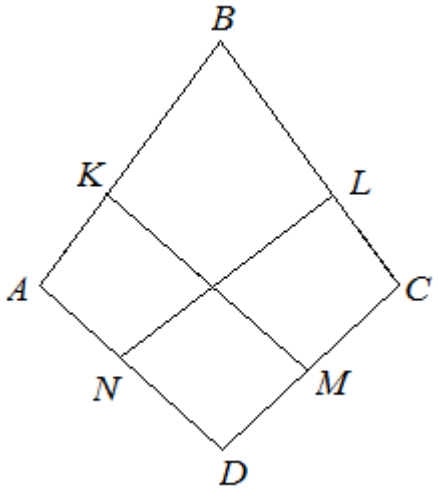
Доказательство.

$\Delta ABD = \Delta CBD$ по трём сторонам,

$\Delta ADM = \Delta CND$ по двум сторонам и углу между ними.

Тогда

$\angle KAM = \angle BAD - \angle MAD = \angle BCD - \angle NCD =$

$= \angle LCN$.

и $\Delta KAM = \Delta LCN$ по двум сторонам и углу между ними. Отсюда $KM = LN$.